

INCIDENCIA DE LA INFLACIÓN SOBRE EL SISTEMA PREVISIONAL DE CAPITALIZACION

por
Enrique Dieulefait
(Estadístico Matemático)
(Profesor Consulto, Universidad de Buenos Aires)
dieulefait@sinectis.com.ar

RESUMEN

Este trabajo presenta un modelo probabilístico para evaluar el monto del ahorro previsional y el importe de las anualidades de la correspondiente renta vitalicia en un sistema previsional de capitalización.

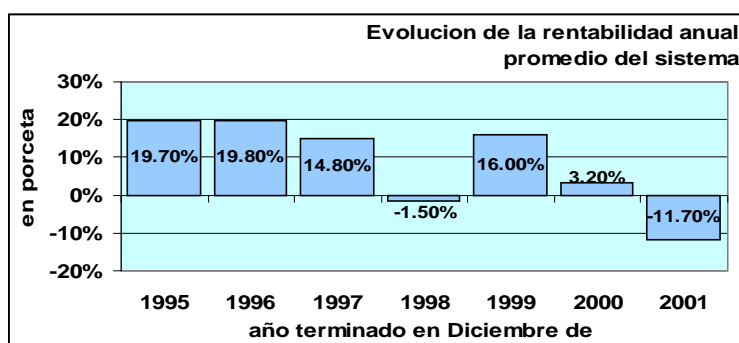
El modelo no se limita a estimar puntualmente cada una de estas cifras, sino que evalúa la probabilidad de obtener resultados en un cierto rango.

Esta evaluación, considerada inicialmente en un contexto de inflación nula y reiterada bajo condiciones de inflación previsible, muestra las consecuencias del cambio de escenario sobre el valor proyectado del *ahorro previsional* y correspondientes *anualidades de una renta vitalicia*.

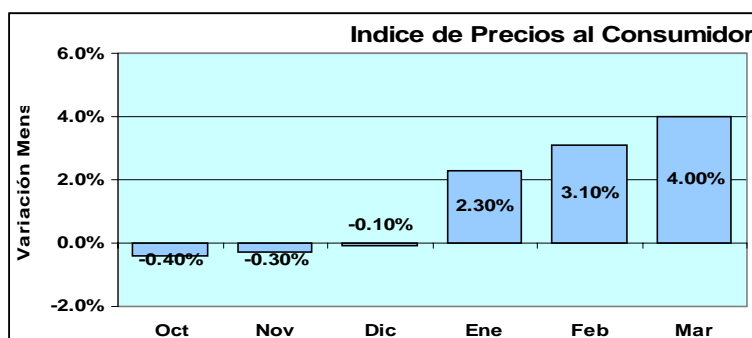
Introducción

Al cumplirse el séptimo año de la reforma previsional en Argentina, las condiciones generales de la economía variaron notablemente.

- La rentabilidad de las inversiones de los Fondos de Pensiones, que hasta el momento sólo había sufrido embates de crisis externas, desciende abruptamente.



- La inflación, que hasta el momento se había mantenido ajena al sistema, comienza a notarse en forma incipiente, por lo que se hace necesario considerar las cifras de la renta vitalicia en términos reales.



Con la ayuda de instrumentos de análisis expuestos en el *Apéndice Estadístico-Actuarial* y apelando al uso de las *Tablas Actuariales* que corresponden a escenarios demográficos proyectados, vamos a comenzar por calcular, en un ámbito exento de inflación:

- el importe del capital necesario para obtener una renta vitalicia con anualidades iguales al último salario del afiliado a un sistema previsional de capitalización,
- distribuciones de probabilidad para el monto del aporte personal capitalizado a lo largo de la vida activa del afiliado.
- distribuciones de probabilidad para las anualidades de la renta vitalicia que corresponden a estos resultados,

En una segunda instancia, ahora en un contexto inflacionario, recalculamos estos valores, comparando resultados y señalando las diferencias directamente imputables a la presencia de la inflación.

1) Capital necesario para obtener una renta vitalicia igual al último salario

La solución a este problema es inmediata si se considera una función de sobrevivencia correspondiente a un escenario adecuado y cifras razonables para la tasa de interés del período de renta. Consideremos como función de sobrevivencia aquella proyectada para una población de *Varones para el año 2025*, y como tasa efectiva de interés para el período de renta, el 5.00% anual.

Las *funciones de búsqueda en tabla* en una planilla de cálculo muestran que, para esta función de sobrevivencia y un valor del 5.0% para la tasa efectiva de interés, el importe del fondo necesario para obtener, a los 65 años de edad, una Renta Vitalicia igual al último salario percibido, es igual a 10.74 salarios anuales.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	
1	Repertorio de CALCULOS ACTUARIALES para la Función de Sobrevivencia: VARON2025									
2				Tasa Interés Anual :		0.05	= 0.5 + VLOOKUP(\$C\$4,\$A\$27:\$E\$137,5) / VLOOKUP(\$C\$4,\$A\$27:\$E\$137,2)			
3										
4		EDAD:	65	ESPERANZA VIDA		18.4	$E(x) = 0.5 + N(x) / Ix$			
5										
6				RENDA VITALICIA		1.00	= \$F\$6 * VLOOKUP(\$C\$7+\$F\$7,\$A\$27:\$G\$136,7) / VLOOKUP(\$C\$7,\$A\$27:\$G\$136,6)			
7		EDAD:	65	Diferida n años:		0				
8				PRIMA UNICA :		10.74	$na(x) = REN * N(x+n) / D(x)$			
9										
10				PRIMA UNICA		10.74	= \$F\$10 * VLOOKUP(\$C\$11,\$A27:\$G136,6) / VLOOKUP(\$C\$11+\$F\$11,\$A\$27:\$G\$136,7)			
11		EDAD:	65	Diferida n años:		0				
12				RENDA VITALICIA :		1.00	$REN = na(x) * D(x) / N(x+n)$			
13										

En un escenario dado por una función de sobrevivencia con menor esperanza de vida a la edad de retiro, el monto del aporte capitalizado necesario para obtener una renta vitalicia igual al último salario, es menor. Para la función de sobrevivencia *Varones 1991-1992*, y la misma tasa de interés, este importe es de sólo 8.65 salarios anuales.

Si consideramos una función de sobrevivencia con mayor esperanza de vida a la edad de retiro, como la que corresponde a una población de *Mujeres proyectada para el año 2050*, el monto del aporte capitalizado necesario para obtener, a la edad de 65 años, una renta vitalicia igual al último salario, es de 12.83 salarios anuales. (Si la edad de retiro para la mujer fuera establecida en 60 años, el monto del aporte capitalizado, en razón de la mayor esperanza de vida a esa edad, se eleva a 13.94 salarios anuales).

En todo caso, es necesario considerar cifras del orden de, o superiores a los 10 salarios anuales. No hay tasa de interés para el período de renta que permita pensar en anualidades del orden del último salario, si el ahorro capitalizado no alcanza los 10 salarios anuales.

2) Estimación del aporte capitalizado durante la vida activa

El monto del aporte capitalizado a lo largo de la vida activa de un afiliado a un sistema previsional de capitalización depende, entre otros factores de:

- . la edad de ingreso al sistema
- . la edad de retiro
- . la evolución del salario a lo largo de la vida activa
- . los períodos de paro sufridos durante la vida activa
- . el porcentaje, respecto del salario, del aporte personal al sistema de capitalización
- . el porcentaje, respecto del salario, de las comisiones cobradas por el sistema
- . el nivel de rentabilidad obtenido a lo largo del período de capitalización

Asignando valores numéricos a cada uno de estos parámetros, podemos estimar el importe del monto capitalizado correspondiente a los aportes personales. Un modelo definido a partir de estimaciones de estos parámetros, conduce a una estimación *puntual* del monto capitalizado y no cubre un *horizonte de posibilidades*. Dado que muchos de los supuestos del mecanismo de evaluación son variables aleatorias, es necesario estudiar al modelo como un *proceso estocástico*.

Un elemento clave del modelo está dado por la *evolución del salario*. El monto del aporte capitalizado depende de la ley de crecimiento del salario, para la cual se deben considerar modelos matemáticos que observen la evidencia experimental.

Otro de los componentes del modelo y de fundamental importancia, es la *rentabilidad* de los aportes personales. Su valor refleja las condiciones observadas en los mercados de capitales, por lo que los modelos matemáticos que utilizemos para su proyección, serán enunciados en términos de funciones de probabilidad cuyos parámetros incorporan cifras de la evidencia experimental. De este modo, en lugar de exhibir un único valor numérico para la estimación del monto capitalizado, el que dependerá de supuestos consensuados, vamos a presentar este valor como resultado de un proceso aleatorio.

Los escenarios demográficos correspondientes a los modelos actuariales, tampoco pueden considerarse inmutables, debiendo preverse escenarios alternativos que contemplen el crecimiento de la esperanza de vida a la edad de retiro.

Consideremos los siguientes supuestos aplicables al período de integración de aportes.

Evolución del salario, con opciones: *lineal, exponencial, logarítmica, logística o polinomial*

Edad de Entrada al sistema de capitalización : 20 años

Edad de Retiro : 65 años

Salario Inicial : 25% del Salario Final

Salario Final : Unitario (simplifica el cálculo de la renta sustitutiva del salario final)

Aporte al sistema de Capitalización : 11% del salario

Comisión cobrada por la Administradora de Fondos : 3.5% del salario

Tasa Friccional para la determinación aleatoria de una condición de paro : 1%

Interés del Período de Ahorro : Expresado mediante una función de probabilidad cuyos parámetros reflejan la evidencia experimental

Interés del Período de Renta : Expresado mediante una función de probabilidad cuyos parámetros proyectan el escenario futuro

Evidencia de cifras de rentabilidad anual

El Informe de Coyuntura elaborado por la Superintendencia de AFJP de Argentina, al cierre del año 2001, mostraba las siguientes cifras.

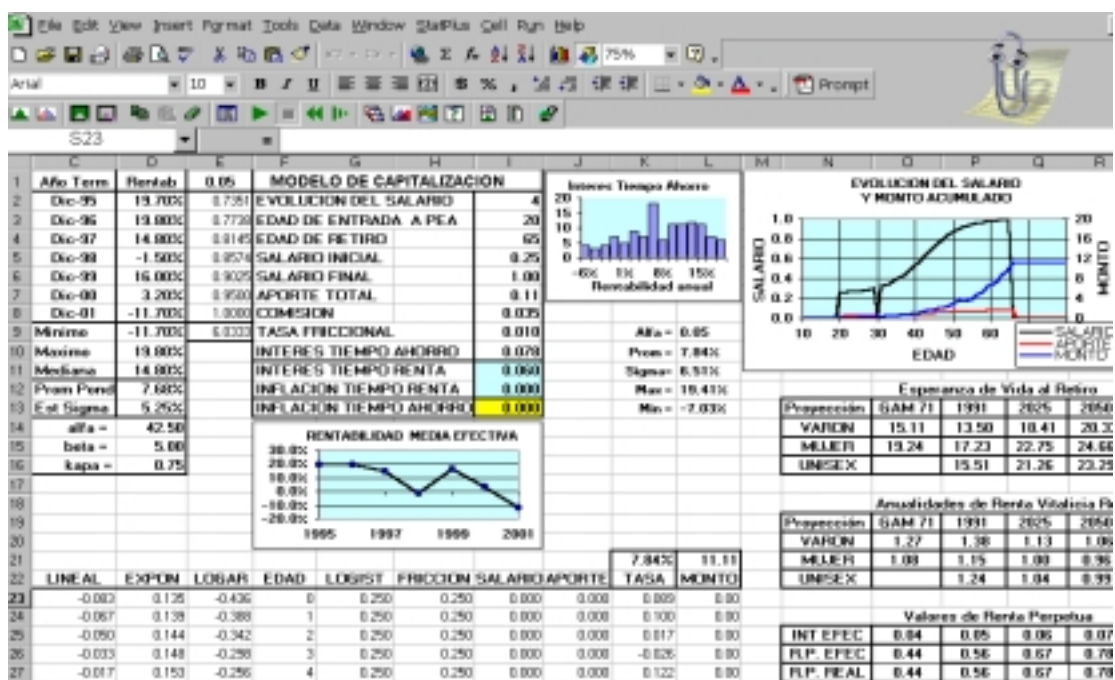
**Evolución de la rentabilidad anual
Promedio del Sistema**

Año Term	Rentab
Dic-95	19.70%
Dic-96	19.80%
Dic-97	14.80%
Dic-98	-1.50%
Dic-99	16.00%
Dic-00	3.20%
Dic-01	-11.70%
Mínimo	-11.70%
Mediana	14.80%
Máximo	19.80%

Las oscilaciones que presentan estas cifras, con un *coeficiente de variación* del 140.99% desafían los métodos clásicos de estimación de parámetros.

Para describir el comportamiento de la rentabilidad, mediante una función de probabilidad, deberíamos utilizar una *función de probabilidad lognormal*, pero la presencia de cifras de rentabilidad negativa obliga a sustituirla por una *función de probabilidad triangular*, la que: no impone, a priori, condiciones sobre el comportamiento de las observaciones, se implementa fácilmente sobre la planilla de cálculo y permite proyectar cifras de rentabilidad a lo largo de toda la vida activa del trabajador.

Visualización del procedimiento de Simulación Estadística en una planilla de cálculo

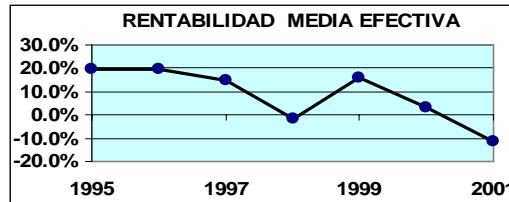


en donde se observan:

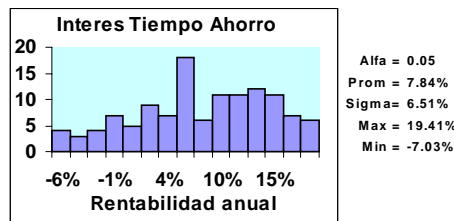
- los valores de los parámetros ingresados,

MODELO DE CAPITALIZACION	
EVOLUCION DEL SALARIO	4
EDAD DE ENTRADA A PEA	20
EDAD DE RETIRO	65
SALARIO INICIAL	0.25
SALARIO FINAL	1.00
APORTE TOTAL	0.11
COMISION	0.035
TASA FRICCIONAL	0.010
INTERES TIEMPO AHORRO	0.076
INTERES TIEMPO RENTA	0.060
INFLACION TIEMPO RENTA	0.000
INFLACION TIEMPO AHORRO	0.000

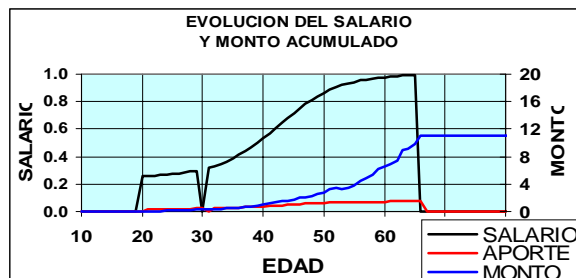
- las cifras que describen la rentabilidad histórica,



- el comportamiento de la rentabilidad en el procedimiento de simulación,



- la evolución del salario, considerada en el modelo según una *ley de crecimiento logístico* en el intervalo 20-65 años, partiendo de un valor inicial igual al 25% del salario final a la edad de retiro, con punto de inflexión al promediar la vida laboral



registrando en esta oportunidad un solo período de paro; la evolución de los aportes y la del monto capitalizado según una tasa de interés expresada por una función de probabilidad cuyos parámetros dependen de la rentabilidad histórica. En esta evaluación el monto asciende a 11.11 salarios anuales.

Los cuadros exhibidos describen resultados para los *escenarios demográficos* definidos por las *Tablas de Mortalidad* : *GAM 71, Argentina 1991-1992, y proyectadas para los años 2025 y 2050 (Varones, Mujeres y Unisex)*.

Para cada uno de estos escenarios demográficos, el modelo expuesto calcula:

- valores de la *esperanza de vida a la edad de retiro*,

Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARON	15.11	13.50	18.41	20.33
MUJER	19.24	17.23	22.75	24.66
UNISEX		15.51	21.26	23.29

- anualidades de la renta vitalicia* que resultan de aplicar el valor observado del *monto capitalizado* (11.11 salarios anuales) a cada escenario demográfico, con una tasa efectiva de interés del 6 % anual, considerada como parámetro del período de renta.

Proyección	GAM 71	1991	2025	2050
VARON	1.27	1.38	1.13	1.06
MUJER	1.07	1.15	1.00	0.96
UNISEX		1.24	1.04	0.99

Este estudio hace referencia a la *renta vitalicia pura*, que no tiene en cuenta comisiones ni costos operativos, los que necesariamente debe considerar la compañía de seguros que la otorga. Al tomar en cuenta *comisiones, costos operativos y reservas*, el valor de la *renta vitalicia* a percibir resulta necesariamente inferior a este valor calculado.

Estimaciones puntuales y observaciones muestrales

El valor del monto capitalizado que se observa en la planilla de cálculo, corresponde a *una iteración* en un procedimiento de simulación estadística. Si en las mismas condiciones volvemos a calcular este valor, vamos a observar un número distinto, ya que siendo los valores numéricos de la tasa de interés, resultado de la evidencia de una variable aleatoria, no podemos esperar que el azar vuelva a reproducir estos mismos valores.

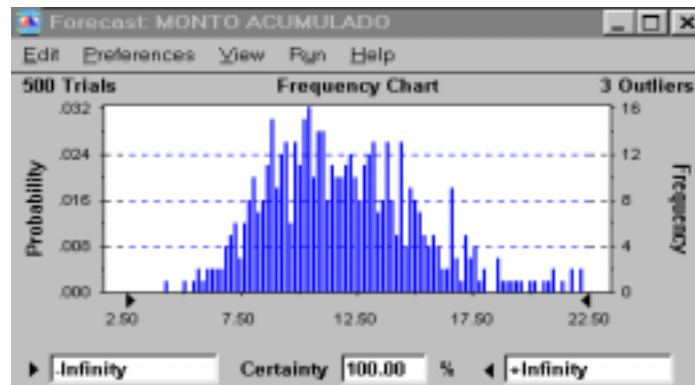
Seguramente una reiteración del procedimiento aleatorio, no habrá de mostrar nuevamente un valor del *monto capitalizado* exactamente igual a 11.11 salarios anuales.

Lo que interesa es describir el comportamiento del *monto capitalizado*, estudiar su *valor esperado, rango de variación y comportamiento probable*. Esto corre por cuenta del procedimiento de simulación estadística, que reitera los cálculos y registra los resultados.

Este mecanismo de simulación estadística, evalúa el monto capitalizado que corresponde a secuencias aleatorias de la función de probabilidad que describe la rentabilidad del proceso de capitalización. Cada iteración del procedimiento de simulación, proporciona un valor para el monto capitalizado, a partir del cual se determina, para los correspondientes escenarios de la función de sobrevivencia, el valor de la correspondiente *anualidad de renta vitalicia*.

3) Distribución de frecuencias correspondiente al nivel de ahorro capitalizado y anualidades de la renta vitalicia para distintos escenarios demográficos

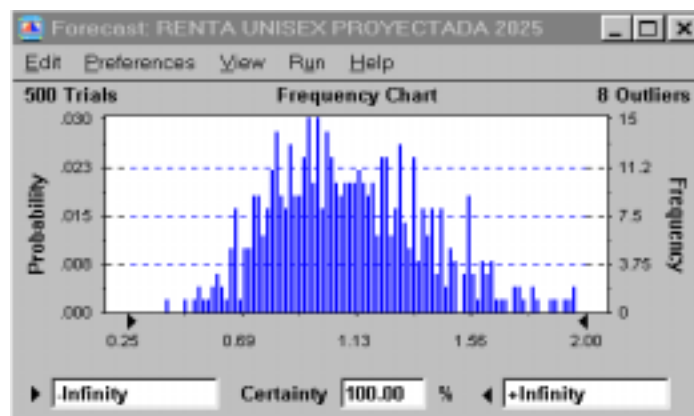
En una corrida de simulación consideramos 500 replicaciones de un mismo modelo, generando para cada una de ellas el valor correspondiente al *monto capitalizado*. El siguiente histograma muestra la distribución de frecuencias resultante de las 500 replicaciones del proceso de simulación,



Estos resultados permiten señalar para el Monto Acumulado, *un intervalo de confianza del 90%* comprendido entre: 7.17 y 17.77 salarios anuales.

Dicho de otro modo, las oscilaciones de las cifras de rentabilidad observadas en estos siete años, llevadas al terreno de los 45 años de la vida laboral, no permiten predecir con certeza, la magnitud de los resultados a obtener. El valor medio de 11.94 salarios anuales, lejos de comportarse como un valor normativo alrededor del cual planificar las condiciones del sistema, pasa a ser el centro de un intervalo, que da lugar a anualidades de una renta vitalicia de gran variabilidad.

En estas condiciones cabe preguntarse qué resultados podemos esperar para la Renta Vitalicia conociendo la tasa de interés para el período de Renta. Para un escenario dado por la función de sobrevivencia proyectada para la *Tabla UNISEX 2025*, los valores de la Renta Vitalicia se comportan según el siguiente histograma



En consecuencia, se puede estimar la renta vitalicia mediante *un intervalo de confianza del 90%* comprendido entre: 0.66 y 1.64 veces el valor del último salario.

4) Incidencia de la Inflación

Recordemos que estos resultados consideran que, tanto para el período acumulación, como para el período de renta, la inflación es nula. Por baja que sea la inflación que se considere, suponerla nula, durante todo el período de acumulación y todo el período de renta, puede considerarse un supuesto demasiado optimista.

Comencemos por considerar que la inflación registrada durante el período de renta afecta el cálculo del monto necesario para obtener una *renta vitalicia real* igual al último salario. En estas condiciones para calcular el capital necesario para obtener una *renta vitalicia real* igual al último salario, es necesario formular una estimación de la inflación media anual a prever para el período de renta.

5) Capital necesario para obtener una renta vitalicia real igual al último salario

La solución de este problema es inmediata si se considera una función de sobrevivencia correspondiente a un escenario adecuado, y valores estimados para la tasa de interés y para la inflación del período de renta. Consideremos como función de sobrevivencia, aquella proyectada para una población de *Varones para el año 2025*, como *tasa efectiva de interés* para el período de renta el 8.00% anual y como *tasa de inflación* para el mismo período, el 5.00% anual.

Teniendo en cuenta que

$$(1 + \text{Tasa de Interés Real}) = \frac{(1 + \text{Tasa de Interés Efectiva})}{(1 + \text{Tasa de Inflación})}$$

las funciones de búsqueda en tabla de una planilla de cálculo, muestran que para esta función de sobrevivencia y los valores considerados para la *tasa efectiva de interés e inflación*, el importe del fondo necesario para obtener, a partir de los 65 años de edad, una *renta vitalicia real* igual al último salario percibido, es igual a 13.12 salarios anuales.

BY	B2	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG	CH
1	CALCULOS ACTUARIALES, Función de Sobrevivencia: VARON2025								
2	Interés Efectivo :		8.00%	T. Inflació		5.00%	Int Real :		2.86%
3									
4	EDAD:		65	ESPERANZA VIDA		18.41	E(x) = 0.5 + N(x) / Ix		
5									
6	RENDA VITALICIA								
7	EDAD:		65	Diferida n años:		0			
8				PRIMA UNICA :		13.12	na(x) = FEN * N(x+n) / D(x)		
9									

Aunque hemos considerado para el período de renta una *tasa efectiva de interés*, superior a aquella utilizada en el cálculo exento de inflación, la incorporación explícita, para el período de renta, de una *tasa de inflación media anual* del 5.00%, elevó el importe del capital requerido a 13.12 salarios anuales.

6) Estimación del monto del aporte real capitalizado durante la vida activa

Para esta estimación, consideremos los siguientes supuestos:

Evolución del salario, con opciones: *lineal, exponencial, logarítmica, logística o polinomial*
Edad de Entrada al sistema de capitalización : 20 años

Edad de Retiro : 65 años

Salario Inicial : 25% del Salario Final

Salario Final : Unitario (Simplifica el cálculo de la renta sustitutiva del salario final)

Aporte al sistema de Capitalización : 11% del salario

Comisión cobrada por la Administradora de Fondos : 3.5% del salario

Tasa Friccional para la determinación aleatoria de una condición de paro : 1%

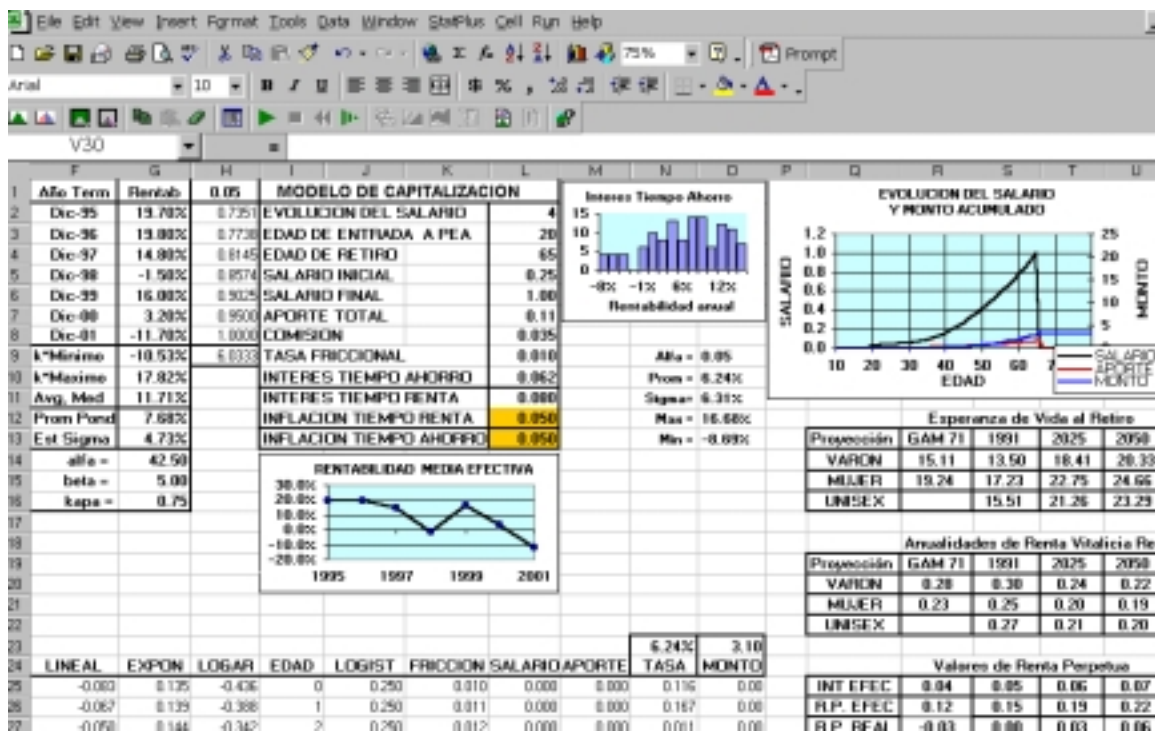
Interés del Período de Ahorro : Expresado mediante una función de probabilidad cuyos parámetros reflejan la evidencia experimental

Inflación del Período de Ahorro : Expresada mediante una función de probabilidad cuyos parámetros reflejan las expectativas

Interés del Período de Renta : Expresado mediante una función de probabilidad cuyos parámetros proyectan el escenario futuro.

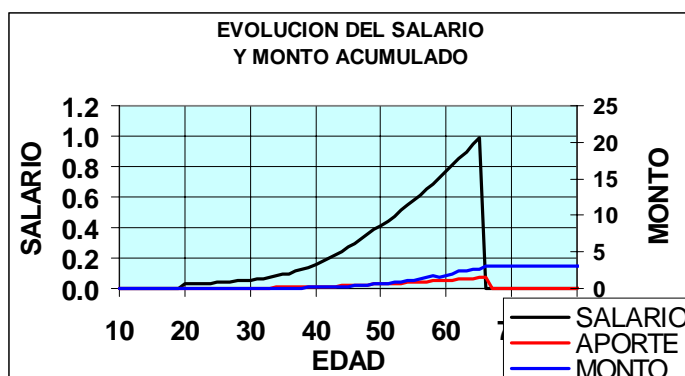
Inflación del Período de Renta : Expresada mediante una función de probabilidad cuyos parámetros reflejan las expectativas

Visualización del procedimiento de Simulación Estadística con Inflación



Esta planilla incorpora en forma explícita, estimaciones puntuales de la *tasa de inflación* para el período de acumulación, así como para el período de renta, fijadas en 5.0% anual, en sustitución de los valores nulos considerados en la planilla anterior.

Lo primero que impacta es la modificación del gráfico que registra la evolución del *salario*, *aportes* y *capital acumulado*. Sus cifras en moneda corriente no trasuntan la evolución logística del salario, sino que se ven afectadas por la evolución exponencial de la inflación, ya que el salario y los instrumentos financieros de acumulación de capital, expresados en moneda corriente, son erosionados por aquella.

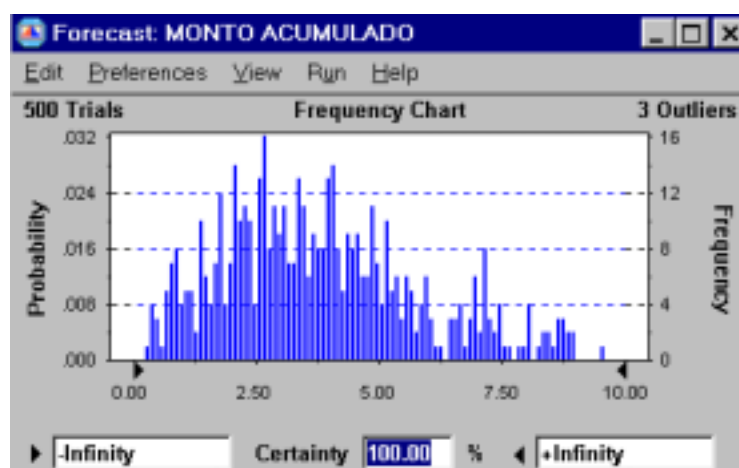


En la evaluación correspondiente a la planilla de cálculo, se observa que por acción de la inflación, el capital acumulado al cabo de los 45 años del período de integración es de sólo 3.10 veces el importe del último salario anual. Esta cifra promete magros resultados en procura de una *renta vitalicia real* igual al último salario, para la que habíamos calculado eran necesarios 13.12 salarios anuales.

Como una estimación puntual de estos resultados no es suficiente, recurrimos nuevamente a un procedimiento de simulación.

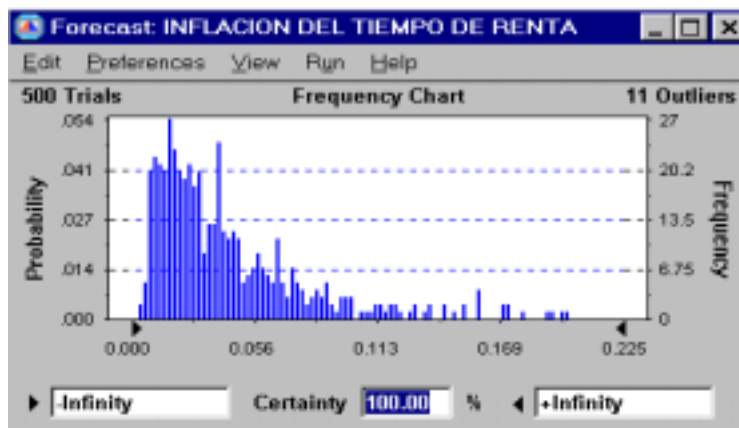
7) Distribución de frecuencias correspondiente al nivel de ahorro capitalizado y anualidades de la renta vitalicia bajo condiciones de inflación.

Una corrida de simulación nos muestra 500 replicaciones de este modelo, generando para cada una de ellas, el valor correspondiente al *monto capitalizado bajo condiciones de inflación*. El siguiente histograma muestra la distribución de frecuencias resultante de estas 500 replicaciones de procedimiento de simulación.

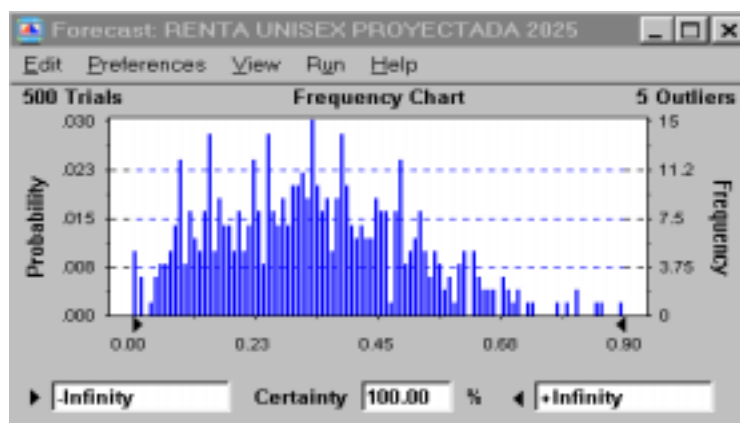


Estos resultados permiten señalar para el importe del monto acumulado, *un intervalo de confianza del 90%* comprendido entre: 0.87 y 8.03 salarios anuales. En otras palabras, las oscilaciones de las cifras de rentabilidad, llevadas al terreno de los 45 años de la vida laboral, permiten predecir dentro de un razonable margen de error la magnitud del monto acumulado. El valor medio de 3.81 salarios anuales, es un valor alrededor del cual oscilan las 500 estimaciones. Tal como era de esperar, la inflación afecta fuertemente los valores del monto capitalizado.

La inflación, considerada por el modelo según una ley de probabilidades lognormal, presentó un valor medio del 5.1% anual, definiendo un intervalo de confianza del 90% con valores comprendidos entre el 0.8% y el 15.2% anual



En estas condiciones cabe preguntarse qué resultados podemos esperar para la Renta Vitalicia correspondiente a estos resultados, cuando en el período de renta, además de una tasa de interés, supuesta de 8,0% anual, se considere una inflación cuya tasa anual se comporte como una variable aleatoria lognormal con esperanza y desvío estándar iguales al 5.0% anual. Para un escenario dado por la función de sobrevivencia proyectada para la *Tabla UNISEX 2025*, los valores de la Renta Vitalicia se comportan según el siguiente histograma, que estima los resultados a esperar según un intervalo de confianza del 90%,



cuyos extremos: 0.03 y 0.63 unidades del ultimo salario, no ofrecen una perspectiva interesante. Estas cifras, cuyo valor medio es de 0.28 unidades del ultimo salario, son la consecuencia de la inflación, la que aún con valores aparentemente bajos destruye las expectativas del sistema de capitalización individual.

CONCLUSIONES

El modelo expuesto estima el monto del *ahorro previsional capitalizado* y correspondiente *renta vitalicia*, para un conjunto de escenarios demográficos alternativos.

La rentabilidad y la inflación son especialmente consideradas por el modelo, el que compara resultados bajo distintos supuestos. Los cálculos proporcionan estimaciones puntuales, así como distribuciones de probabilidad para estos resultados.

La significativa diferencia de resultados a esperar en los sistemas de aportes definidos según que la inflación esté presente o no, obligan a considerar con cautela el optimismo con que los mismos fueron adoptados hace unos años como solución a los problemas de envejecimiento poblacional que inciden sobre los sistemas previsionales de reparto.

Aunque las cifras de rentabilidad consideradas se nutren de la evidencia de los últimos siete años en la Argentina, y los escenarios demográficos proyectados corresponden al mismo país, el modelo expuesto no se identifica totalmente con el sistema previsional vigente en la Argentina, ya que el mismo corresponde a un sistema mixto con componentes adicionales, cuyas relaciones de costo / beneficio este estudio no entra a considerar.

La adaptabilidad del modelo a variaciones en los parámetros que lo definen, estructuras demográficas proyectadas, y supuestos respecto del comportamiento de la rentabilidad e inflación, lo presentan como un instrumento idóneo para evaluar sistemas previsionales de capitalización, en operación o en proyecto de desarrollo, y anticipar sus resultados.

Buenos Aires, Septiembre 2002

Enrique Dieulefait

(Estadístico Matemático)

dieulefait@sinectics.com.ar